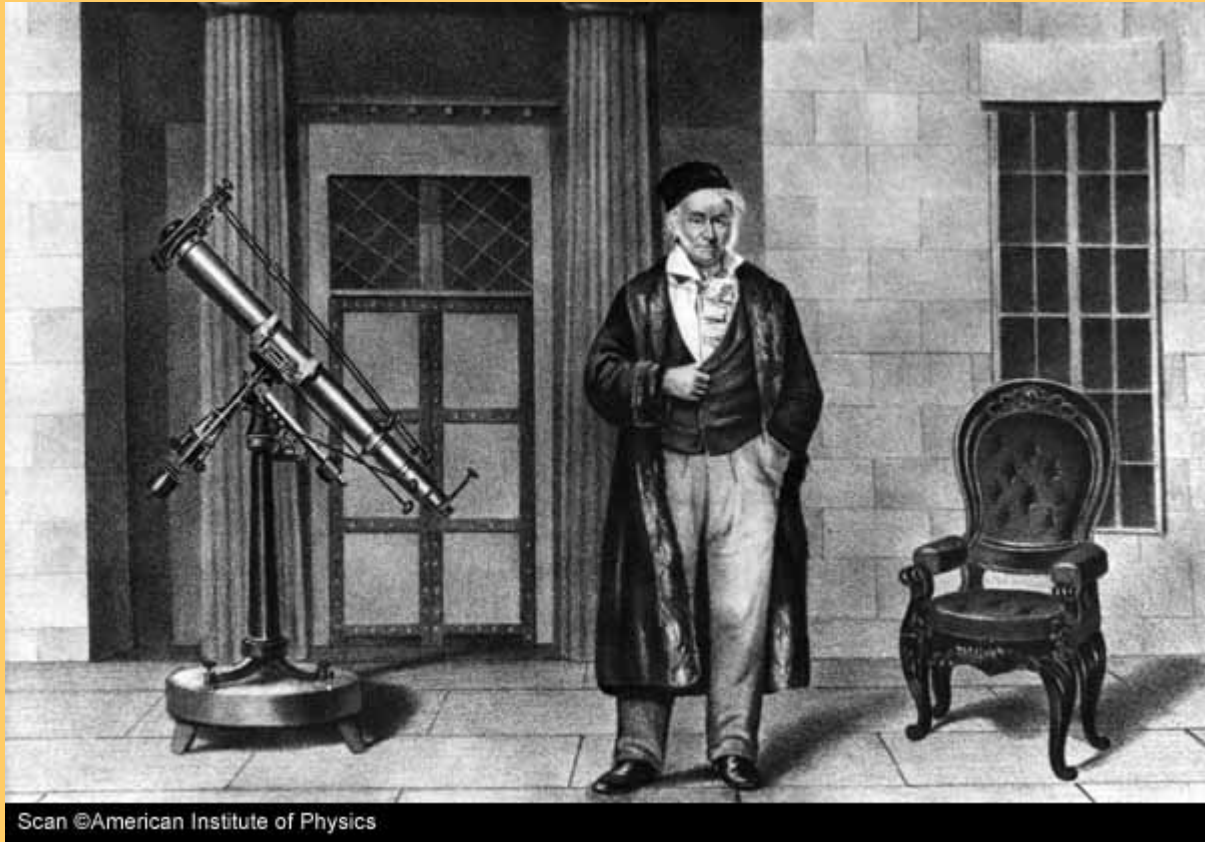


Gauss Kanunu

Kapalı bir yüzeyden geçen elektrik akısı miktarı zarflanan yük miktarı ile doğru orantılıdır.

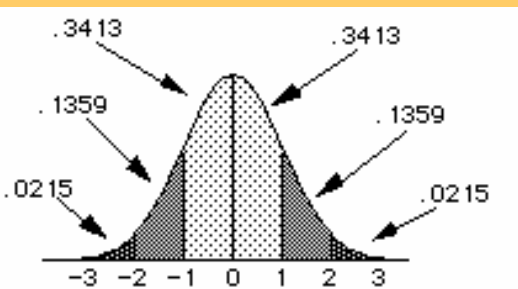
Carl Friedrich Gauss 1777-1855



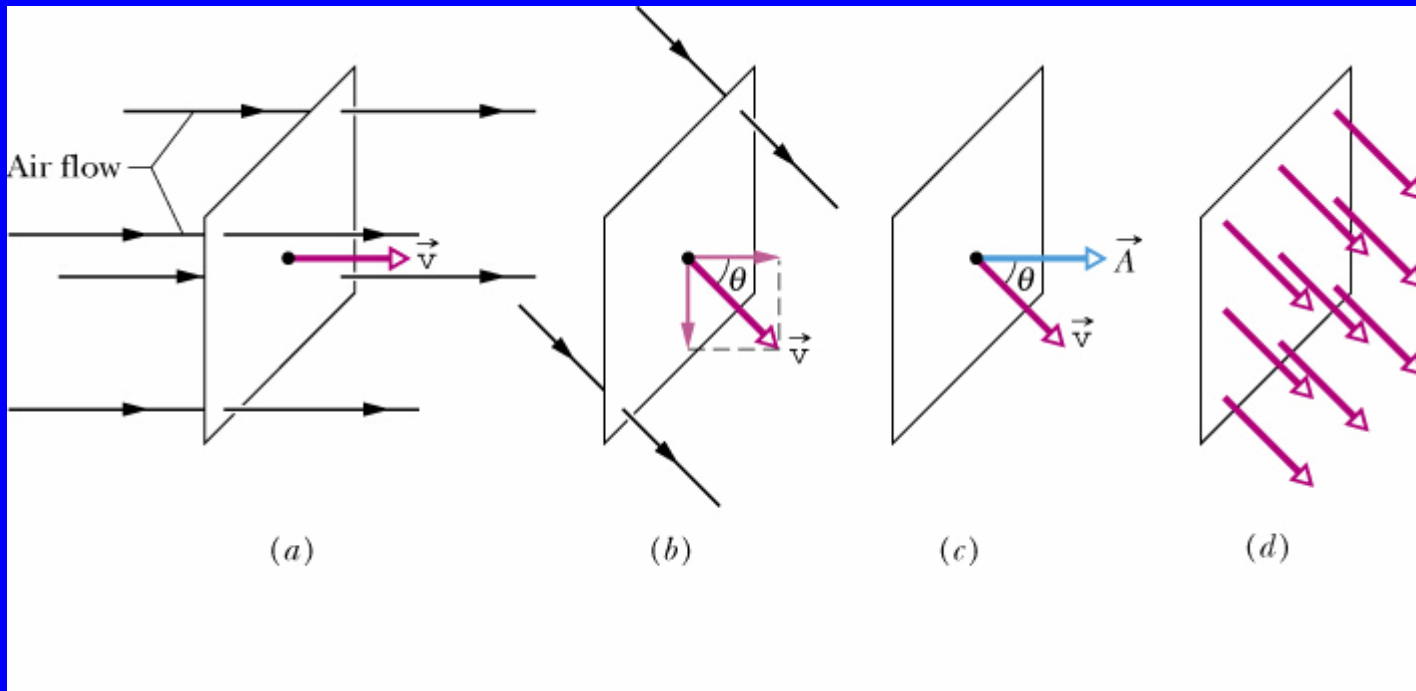
Yes it's the same guy that gave you the Gaussian distribution and ...

To give you some perspective he was born 50 years after Newton died (1642-1727). Predicted the time and place of the first asteroid **CERES (Dec. 31, 1801). Had the unit of magnetic field named after him and of course had much to do with the development of mathematics**

Ceres $\tau = 4.6$ year , $d = 4.6$ Au

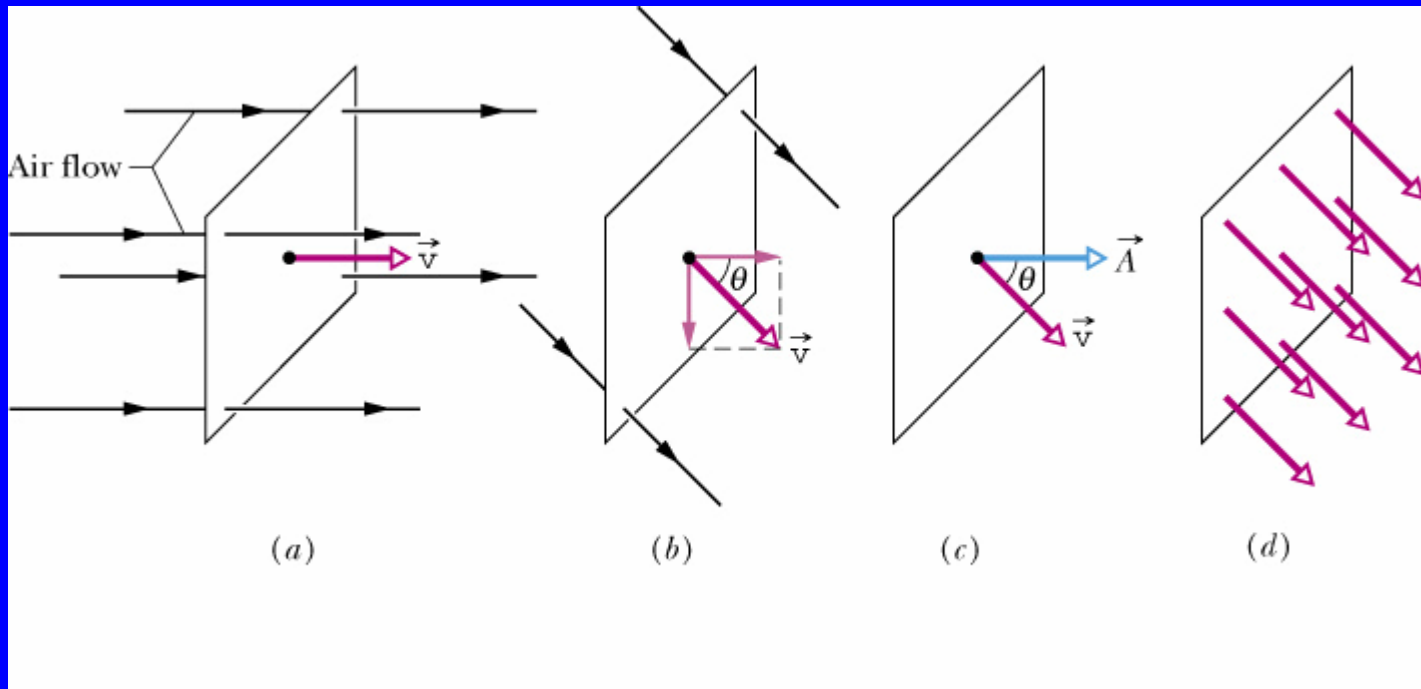


AKI



AKI ve “skaler çarpım”

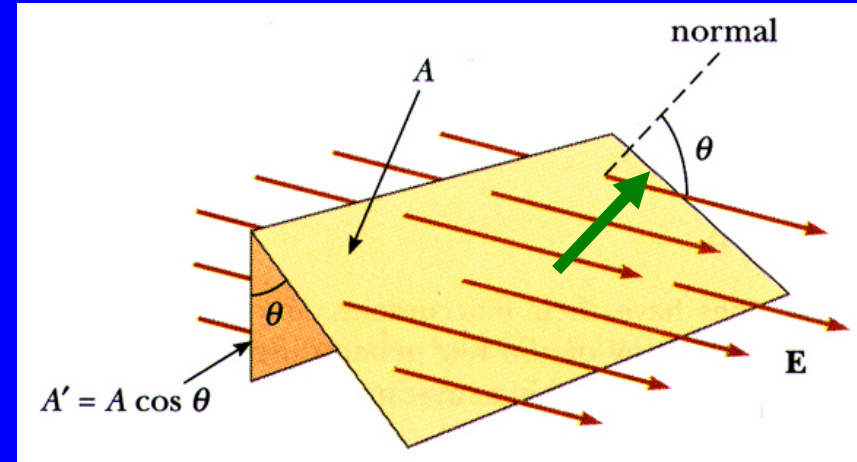
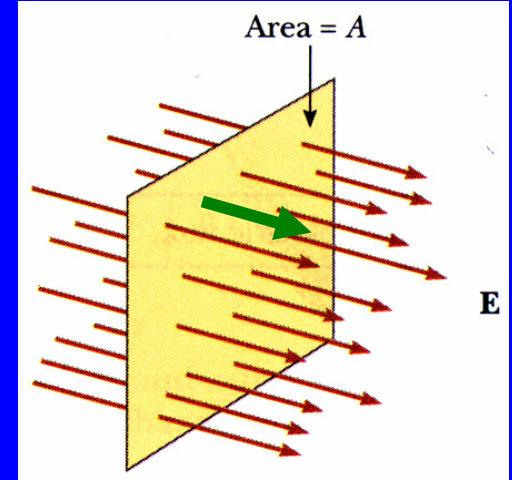
$$\begin{aligned}\Phi &= (v \cos \theta) A \\ &= \vec{v} \cdot \vec{A}\end{aligned}$$



Akı'nın tanımı

- Herhangi bir yüzeyden geçen toplam elektrik alan, madde veya herhangi bir fiziksel nicelik miktarı olarak tanımlanabilir.
- Yüzey alanı yüzeye dik olan bir normal vektörü gibi tanımlanabilir
- Tanıma göre denklemimiz:

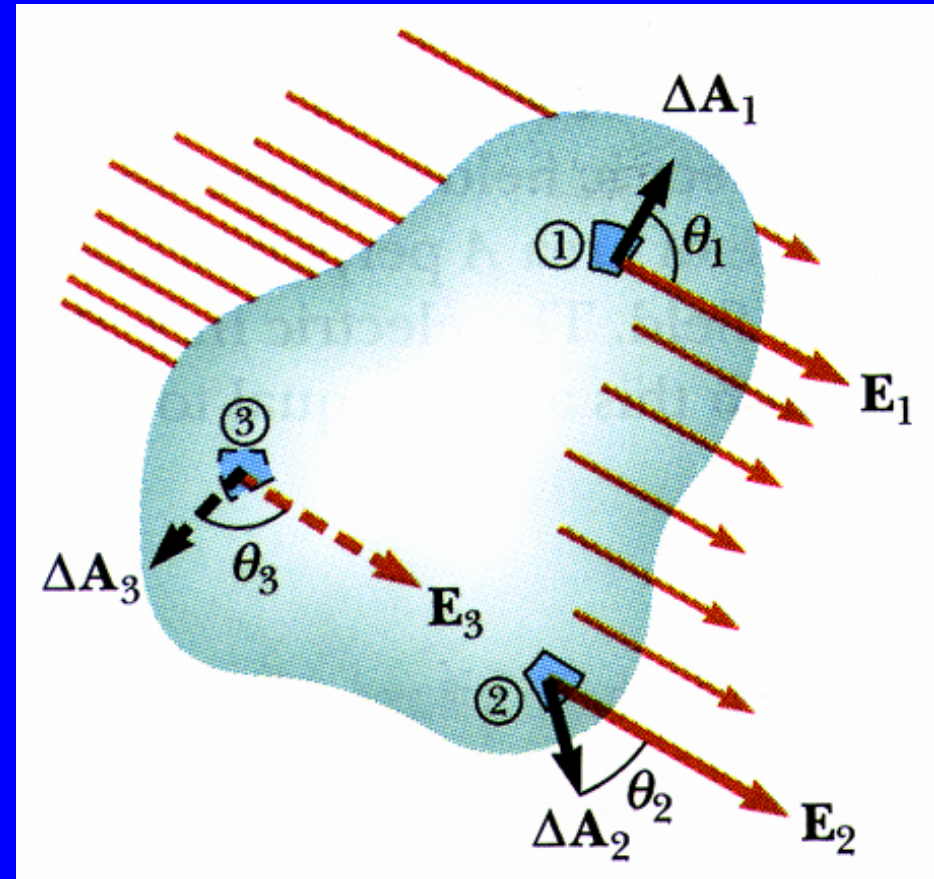
$$\Phi = \int_{\text{surface}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$



Elektrik Akı

- Yüzeyden geçen elektrik alan miktarıdır.
- Elektrik akı birimi N-m²/C dir.

$$\Phi_E = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$



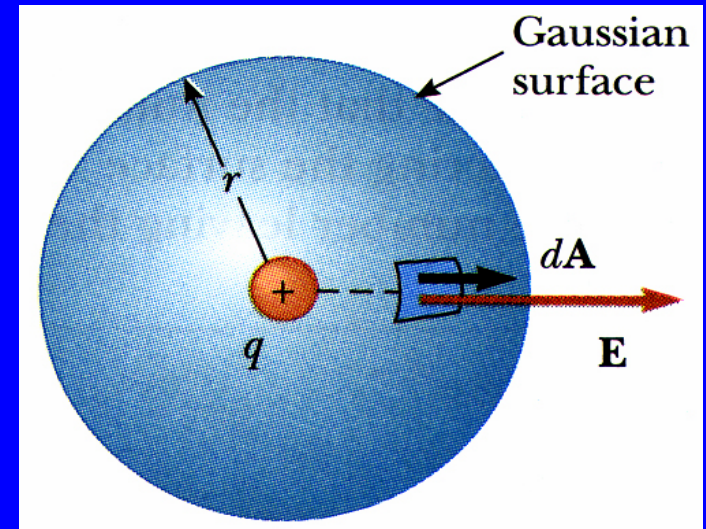
E&M de Gauss Kanunu

- *Bir yük dağılımının elektrik alanını hesaplarken simetriyi kullanır*
- *Metod: E-alanı hesaplanırken hayali bir alanın bazı yükleri zarfladığını farzedelim*
 - *Yüzeyin şekli*
“çok önemlidir”

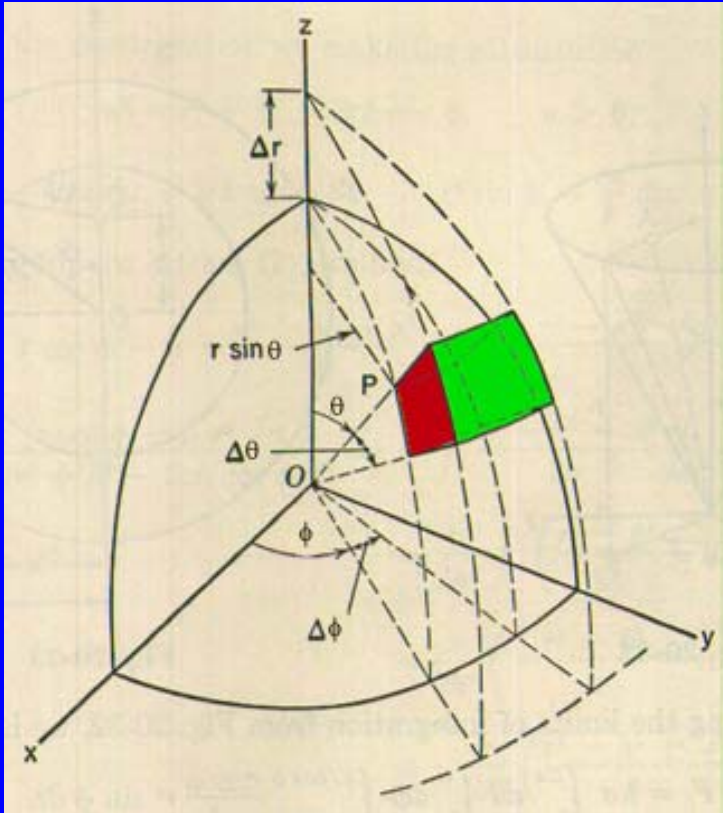
Gauss kanununun KULLANIMI

- Yük dağılımının etrafında seçilecek zarflama yüzeyi hem yük dağılımına benzer hem de yakın olmalıdır

$$\Phi_E = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$



Küresel koordinatlar



$$\Delta r \rightarrow dr$$

$$r\Delta\theta \rightarrow r d\theta$$

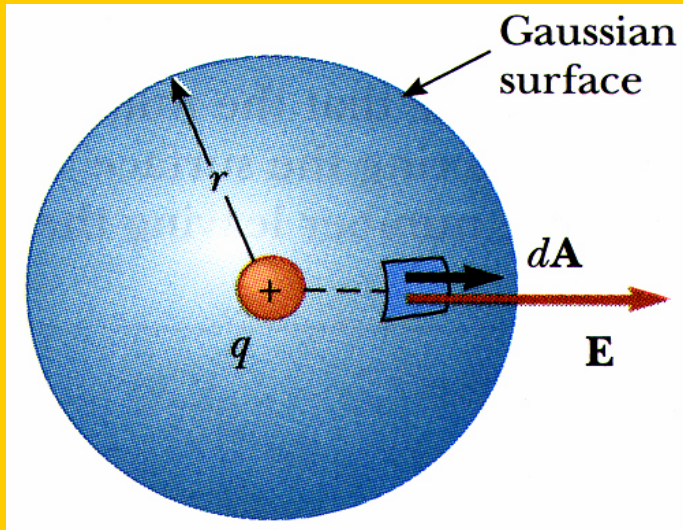
$$r \sin \theta \Delta\phi \rightarrow r \sin \theta d\phi$$

- **Yüzey integrali**

sağda
(yeşil)

$$S_r = \iint_S f(\theta, \phi) r^2 \sin \theta d\theta d\phi$$

Noktasal bir yükü saran küresel bir yüzeyden geçen akı



$$\Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

spherical surface

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$$\Phi_E = \oiint_{\text{surface}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \cdot \hat{r} r^2 \sin\theta d\theta d\phi$$

$$\Phi_E = \oint \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} r^2 \sin\theta d\theta d\phi (\hat{r} \cdot \hat{r})$$

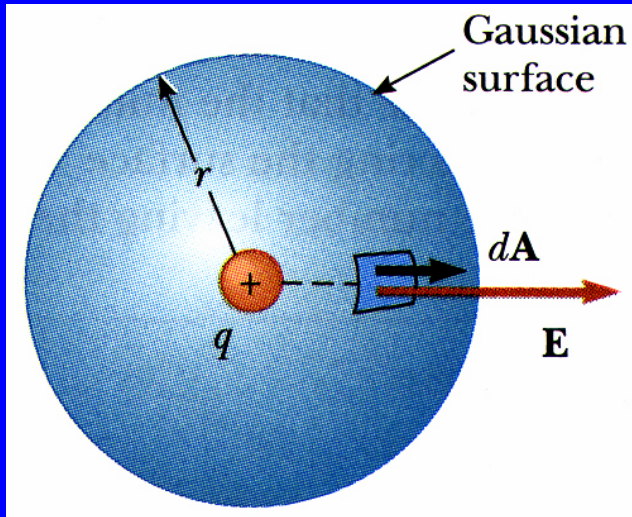
$$\Phi_E = \oint \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sin\theta d\theta d\phi$$

$\oiint$
surface

!!! kısaca

$\oint$

Noktasal bir yükü saran küresel bir yüzeyden geçen akı



$$\Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_o} [-\cos \theta]_0^\pi [\phi]_0^{2\pi}$$

$$\Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_o} [-1 - (1)][2\pi - 0]$$

$$\Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \oint \sin \theta d\theta d\phi$$

$$\Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_o} 4\pi$$

$$\Phi_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_o} \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi$$

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_o}$$

Gauss Kanunu

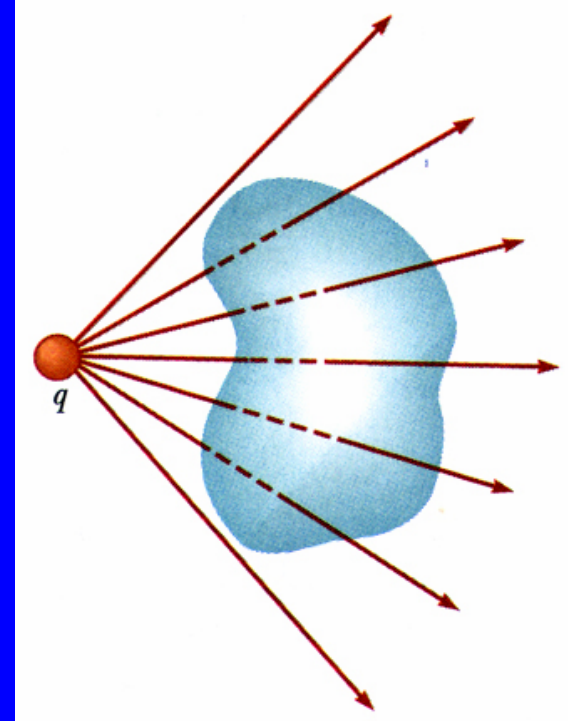
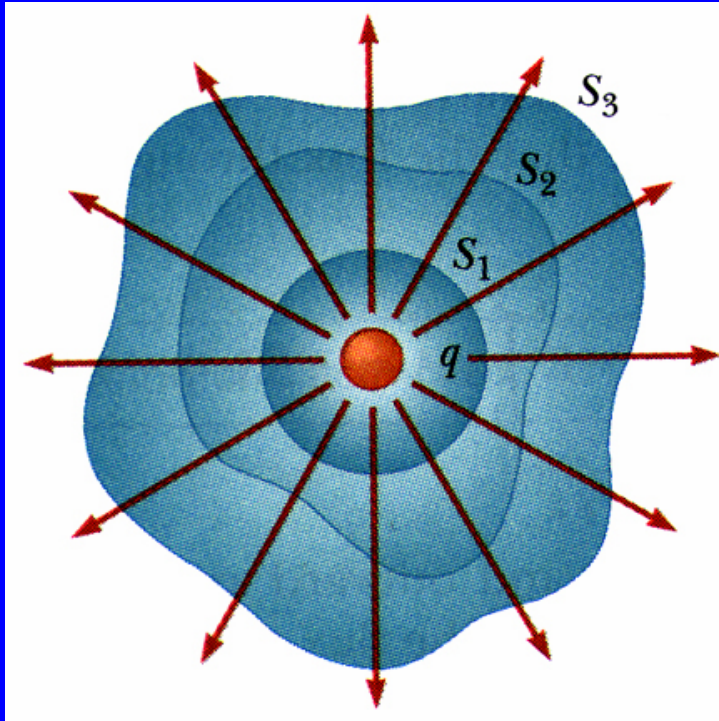
Kapalı bir yüzeyden geçen toplam akı o yüzey tarafından çevrelenen yük miktarı ile doğru orantılıdır.

$$\Phi_E = \oint_{\text{surface}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Not: Alan vektörü yüzeyden dışarı doğru yönelir

Gauss Yüzeyi

Gauss kanununun uygulanabilmesi için kapalı, hayali bir yüzeye ihtiyaç vardır.



Herbir yüzeydeki toplam akı nedir?

Gauss kanunu ile problem çözümü

1. Yük yoğunlukları –

Yük yoğunluklarını çizgisel, yüzeysel ve hacimsel olarak tanımlamak kolaylık sağlar

2. Simetri ve koordinat sistemleri –

Seçilecek koordinat sistemi, yük dağılımının simetrisini gösterebilecek şekilde olmalıdır. Mesela, noktasal bir yükün akısını hesaplarken küresel simetri sebebiyle küresel koordinatları kullanırız.

Dikkat!!! Gauss kanunu ile problem çözümü

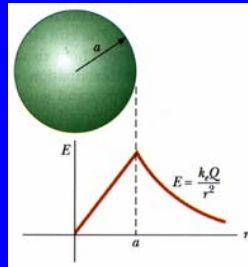
3. Gauss kanunundan yararlanarak elektrik alanın hesabı - Elektrik alan, herhangi bir Gauss yüzeyinde sabit bir büyüklük ve doğrultuda olarak gösterilebiliyorsa, problemlerinde alan hesabı için Gauss kanununu kullanırız.

Aşağıdaki üç örneği ele alacak olursak:

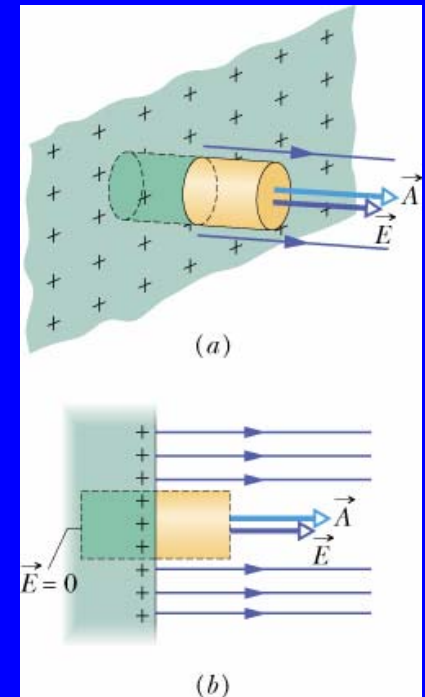
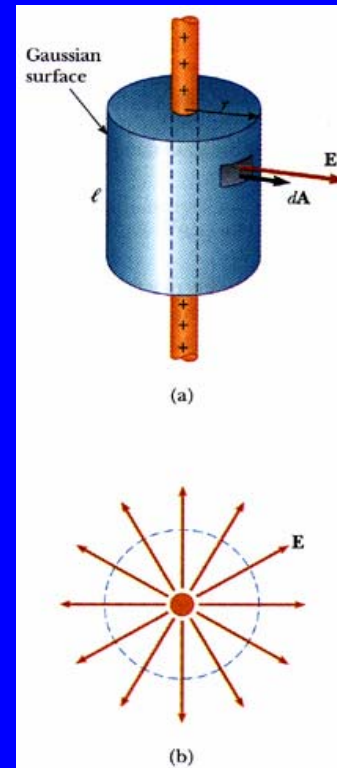
- (1) Yüklü, uzun ve doğrusal bir tel**
- (2) Yüklü, düz ve sonsuz büyüklükte olan ince levha**
- (3) Yüklü bir küre.**

E-alan hesaplarında Gauss kanununun uygulaması

- Küresel simetri

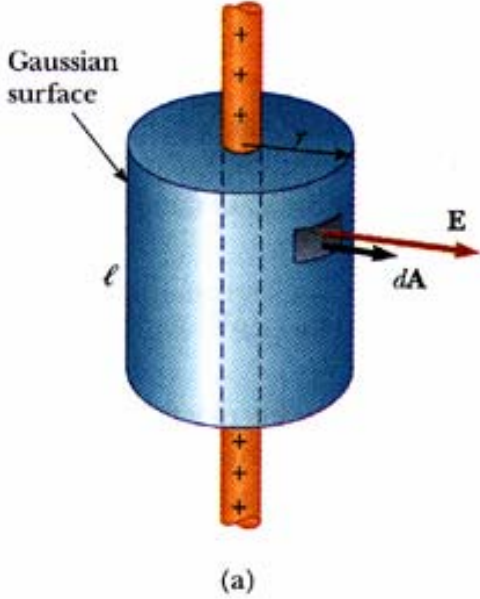


- Silindirik simetri



- Düzlemsel simetri

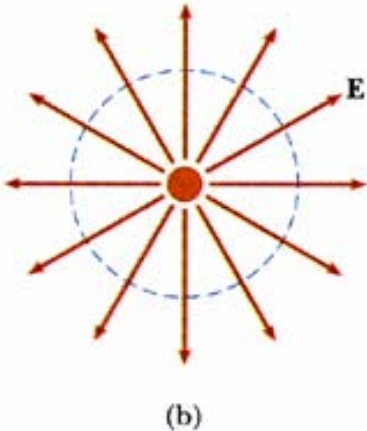
Örnek – Yüklü, uzun ve doğrusal tel



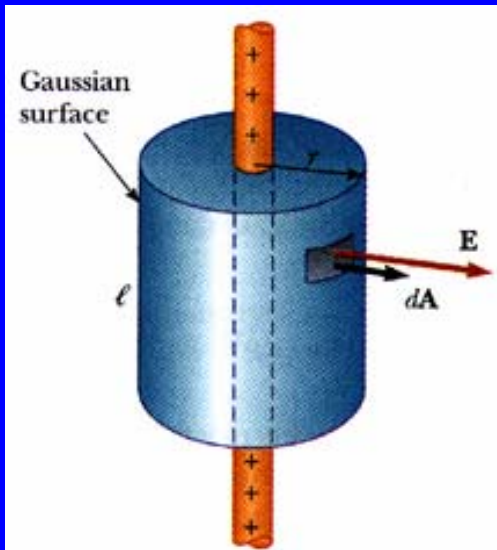
Şekil (b) problemin silindirik simetri problemi olduğunu gösterir. Bu da bize problem çözümünde silindirik koordinatların kullanılmasının uygun olduğunu gösterir.

Dikkate alınacak üç yüzey vardır. Alt ve üst dairesel yüzeylerin normal vektörleri z eksenine paraleldir aynı zamanda elektrik alan vektörüne diktir, böylece akıya katkıları sıfırdır.

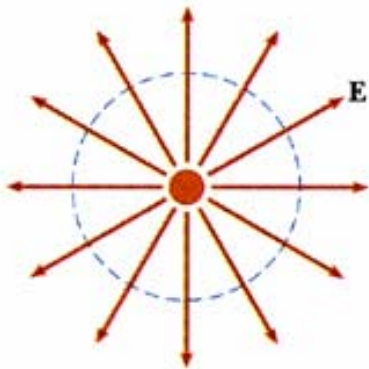
O halde integralde değişkenimiz silindirin yüksekliği olan ℓ dir. Burada zarflanan yük, $\lambda\ell$ dir.



Örnek – Yüklü, uzun ve doğrusal tel



(a)



(b)

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{q}{\epsilon_o} \\ \Phi &= \oint E \hat{r} \cdot \hat{r} d\ell r d\phi \\ &= Er \int_{-\ell/2}^{+\ell/2} d\ell \int_0^{2\pi} d\phi \\ &= Er \ell 2\pi\end{aligned}$$

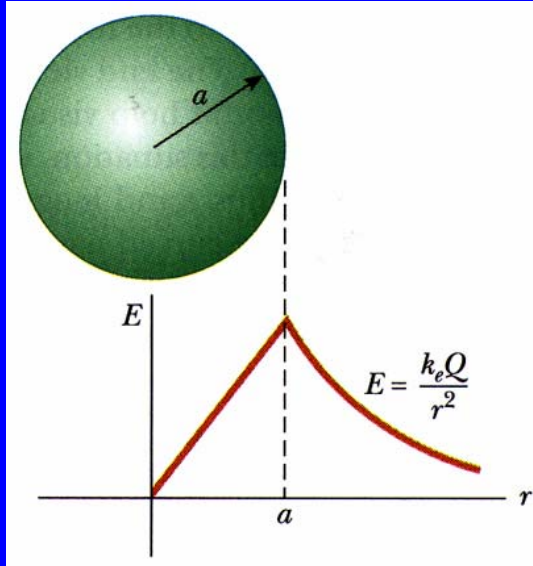
$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{q}{\epsilon_o} \\ Er \ell 2\pi &= \frac{\lambda \ell}{\epsilon_o} \\ \text{or} \\ E(r) &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_o r}!!!!\end{aligned}$$

Elektrik alanının açısasal bir simetriye sahip olması sebebiyle, elektrik alanının sabit bir r uzaklığında sabit bir büyüklüğü vardır.

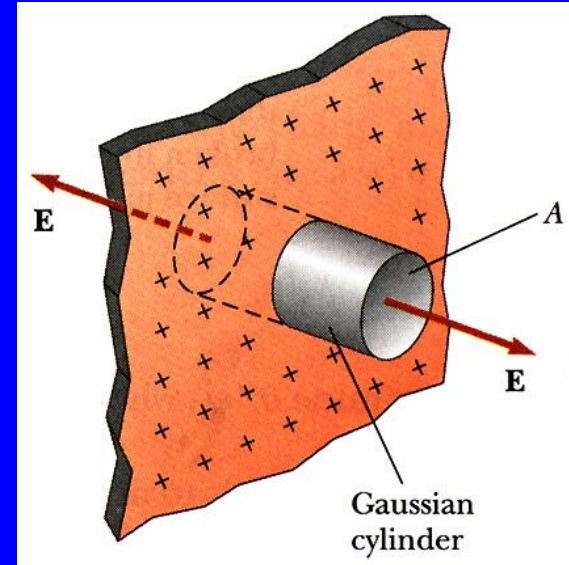
$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_o} \hat{r}$$

Diğer yük dağılımı geometrileri

Düzdün yüklenmiş dielektrik (yalıtkan) küre



Düzdün yüklenmiş dielektrik (yalıtkan) sonsuz düzlem



$$E_{r < a} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r$$

$$E_{r > a} = \frac{\rho a^3}{3\epsilon_0 r^2}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Bu sonuçları ispatlayabilirmisiniz?

Gauss kanunu: Yalıtkan ve yüklü bir yüzeyin yakınındaki elektrik alanın hesabı

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

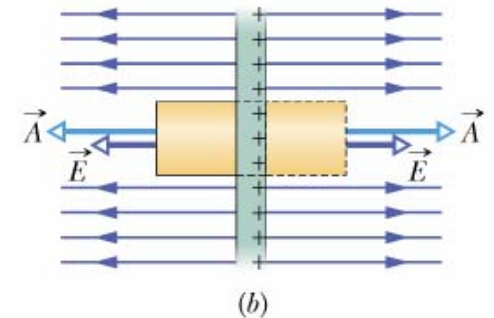
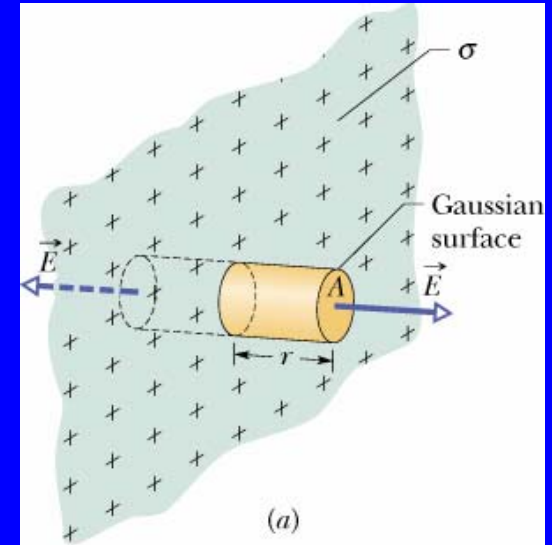
$$EA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

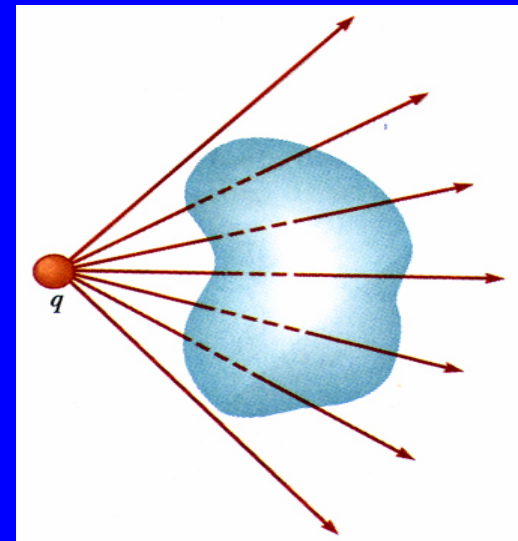
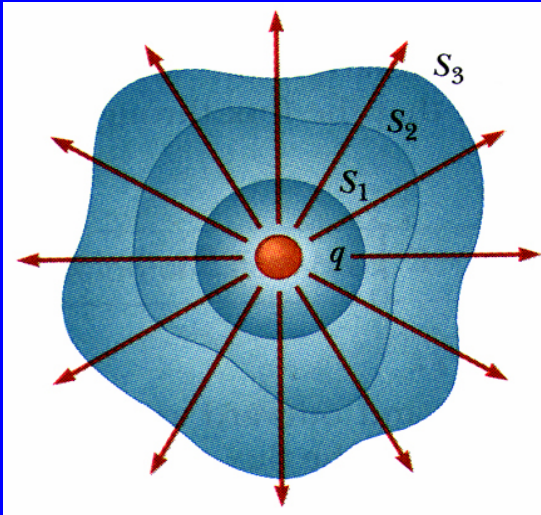
bir yüzeyin etkisi,

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



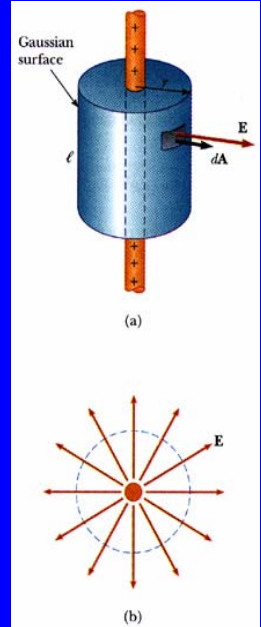
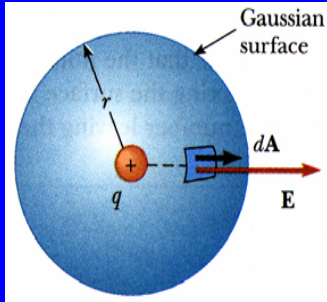
Gauss Kanununu Sonuçları

1. Sadece kapalı bir yüzeyde zarflanan yükler yüzeyde bir akı oluşumu sağlarlar.
2. Yüzeydeki toplam akı, bu yüzey tarafından zarflanan toplam yük miktarı ile doğru orantılıdır.



Gauss Kanununu Sonuçları

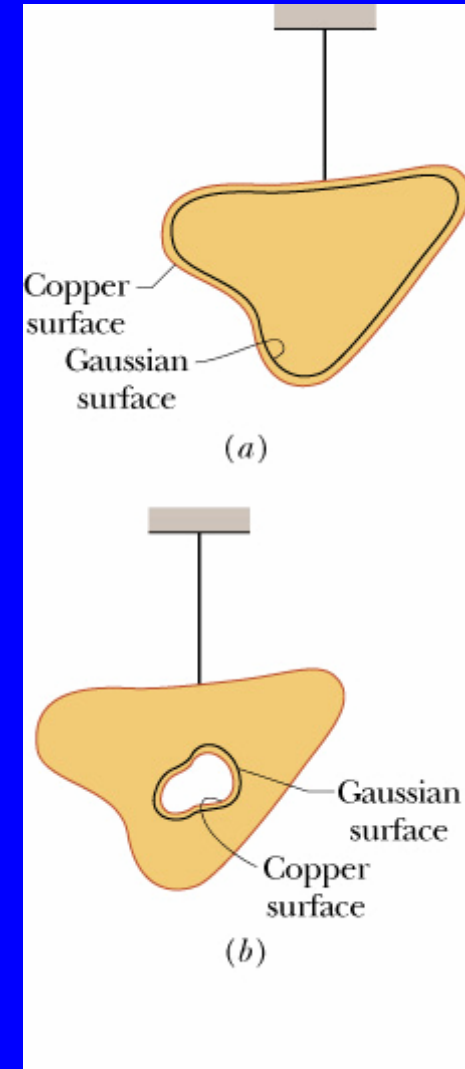
3. Gauss yüzeyi problemi Gauss kanunu kullanarak çözmek için hayali bir yüzeydir



4. Gauss kanunu yük dağılımlarının, yüksek simetriye sahip oldukları durumlarda, elektrik alan hesapları için kullanılabilir

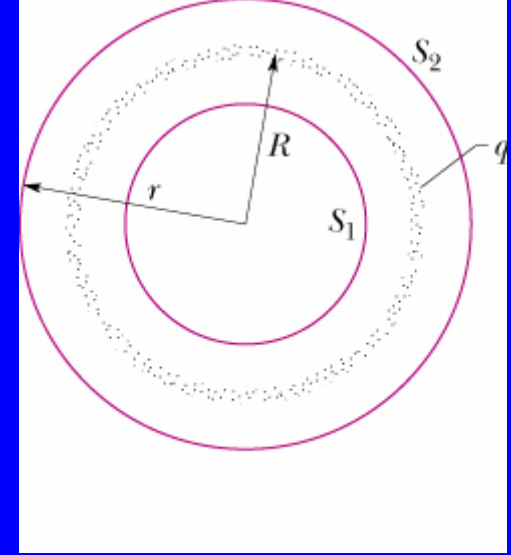
Sonuç: Gauss kanunu ve iletkenler

5. Elektrostatik olarak yüklenmiş bir iletkenin içine Gauss kanunu uygulanırsa, iletkenin içinde elektrik alan daima sıfırdır
6. İletken üzerindeki herhangi bir net yük daima iletkenin yüzeyinde konuşlanır, nasıl?



Kabuk Teoremleri: İletkenler

- 1) Düzgün yüklenmiş iletken bir kabuk sanki bütün yükler kabuğun merkezinde toplanmış gibi davranarak kabuğun dışındaki bir yükü iter yada çekerler.
- 2) Eğer yüklü parçacık iletken ve yüklü kabuğun iç kısmına koyulursa bu yüklü parçacığa hiçbir elektriksel kuvvet etkimez.



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E} = 0$$

İletken bir yüzeydeki elektrik alan yüzeye diktir ve yüzeyel yük yoğunluğu ile doğru orantılıdır.

Net yük daima iletkenin dış yüzeyinde konuşlanır.

Yüzey küresel olmadığı sürece, yük yoğunluğu σ (birim alan başına düşen yük) değişir

İletken bir yüzeyin hemen dışında bir noktadaki elektrik alanı Gauss kanununu kullanarak hesaplamak çok daha kolaydır

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \oint dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$EA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E_{\perp} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

